

# 拡大図と縮図 ～プログラミングを用いた作図～

追手門学院小学校 野村 圭吾

## 1. 拡大図・縮図単元にて学習指導要領（CS）より

学習指導要領とは文部科学省が十年に一度作成し、向こう十年の教育の指針となるものである。拡大図・縮図について、その平成29年告示版の291ページの各学年の目標及び内容の6年生のB図形領域の拡大図・縮図、対称の図形の中に以下のように記載がある。

P.291 第6学年の目標及び内容

B 図形 B (1) 拡大図と縮図、対称な図形

(1) 平面図形に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

ア 縮図や拡大図について理解すること。

イ 対称な図形について理解すること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

ア 図形を構成する要素及び図形間の関係に着目し、構成の仕方を考察したり図形の性質を見いだしたりするとともに、その性質を基に既習の図形を捉え直したり日常生活に生かしたりすること。

私はこの中で、本校の児童の特徴も鑑みて、思考力・判断力・表現力の「図形を構成する要素および図形間の関係に着目し、構成の仕方を考察したり、図形の性質を見出したりする」というところに重きを置いて指導を計画した。

## 2. 本校6年生の児童観

6年生の大半が塾に通い入試に向けて学習をしている。大手進学塾に通う児童が半数以上を占める。学校でも10月までに6年生の学習内容を終え、その後は入試演習を行っている。先行学習している子が多いので、全体的な傾向として、知識は豊富に持っており、問題を解くテクニックも多く持っている。その一方、入試で出ない部分については苦手としている児童がおり、中でも作図や説明、データの活用領域については全体的に児童の苦手意識が高い傾向にある。

## 3. 教材に対する問題意識

比を使って辺の長さなどを計算することには長けている児童が多いが、なぜこれが拡大図縮図と言えるかということの説明する力は鍛えられていないのではないかと、苦手とする児童が多いのではないかと考えた。

また自分自身のこれまでの6年生での授業を振り返り、反省すべき点がある。以前、拡大図・縮図の単元での学習会の様子を見た時に、方眼を使った作図は、座標の学習への繋がりを意識して小学校の学習内容に入っているという話があった。自分はその意識は全然できてなかったのではないだろうか。本校の児童は、方眼を使った作図について、点つなぎ的に直感的にパッと作図出来てしまう部分が大きく、その後説明を深く求めたり、座標を意識した指導をしたりということはできてなかったのではないかとという反省がある。

## 4. 本時の主張

以上を踏まえて本時を指導するにあたっての主張である。方眼の見えないプログラミング画面で拡大図・縮図を作図したり、拡大・縮小関係を確認したりする中で、辺の比や角度などについて説明する力がより鍛えられるのではないかと。また、座標を意識した指導をすることで、中学校数学での座標や関数にもつながる学習ができ、子ども達がより力をつけるのではないかと考えた。

## 5. プログラミングを用いた拡大図・縮図に対する教材観

### ・図形領域の繋がりについて

本時は6年生の拡大図縮図で、5年生の合同な図形の次に来る単元である。合同な図形で、形・大きさが同じで、ぴったり重なる図形という学習をしている所から、次は、形は同じで大きさが違う、拡大・縮小するとぴったり重なるという所に考え方を拡張するという単元である。この単元は、中学での作図・合同・相似・論証という図形単元につながっていくのだが、私は今回座標や関数辺りの学習とのつながりも狙って力をつけられないだろうかということ考えた。

### ・座標について

中学校学習指導要領の85ページ第1学年の目標及び概要の中に以下の記載がある。

「平面上にある点の位置は、一般に、交わる2本の数直線を軸として、その点に二つの数の組を対応させることによって表現できる。これが平面における座標の概念である。中学校数学科では、座標の意味として、原点Oで直交した2本の数直線によって平面上の点が一意的に表されることを理解する。」

座標とは「近代哲学の父」とも呼ばれるデカルトの発明で、数学の革命と言われる発明である。天井についてハエから発明されたそうだが、座標が出来た事により、円や直線も座標上に描いて、数式で表すことができるようになった。これにより、幾何学と代数学を融合するという事に成功したので、円や直線も式表現できるようになったというものである。座標上に図形を描くこと、またそれが移動することなどはプログラミングやCGなどにも大きく活用をされている。これからの世界を生きる子にとっては必要な知識になるのではないだろうか。その一番のとりかかりが中学校の座標の学習で、それに向かつての素地となる力を小学校段階でも育成できたらと考えた。

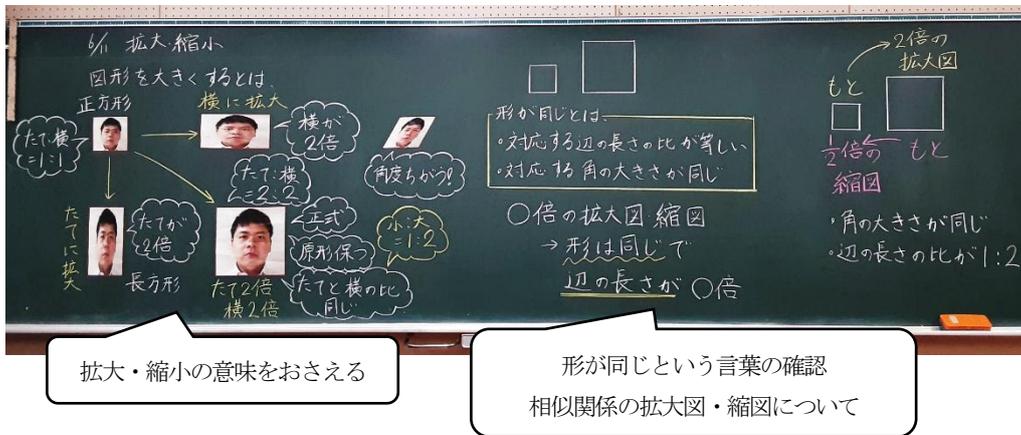
## 6. 単元計画

全9時間の単元計画の中の本時は第7時である。

第1時	拡大・縮小の意味を理解し、単元の課題をつかむ。
第2時	方眼を用いて拡大図・縮図の作図を行う。
第3時	合同の作図をもとに、拡大図・縮図の作図を行う。
第4時	図形の1頂点を中心とした拡大図・縮図の作図を行う。
第5時	辺上の1点や図形内の1点を中心とした作図を行う。
第6時	図形外の1点を中心とした拡大図・縮図の作図を行う。
第7時	プログラミングを用いた拡大図・縮図の作図を行う。(本時)
第8時	縮図の利用(地図の縮尺)
第9時	拡大図・縮図の学習のまとめ

第1時 拡大・縮小の意味を理解し、単元の課題をつかむ。

拡大する・縮小するという言葉の意味理解、形が同じで拡大する・縮小するとは、具体的に辺の長さがどのようになり、角の大きさがどのようになっていれば、拡大・縮小した時にぴったり重なる形になっていると言えるのか、定義を確認した。

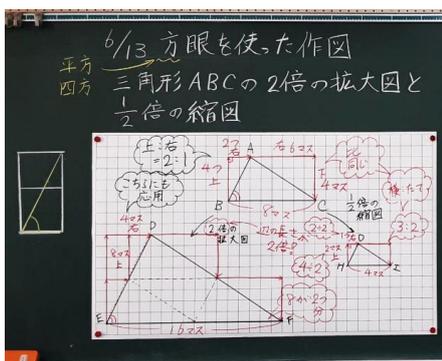
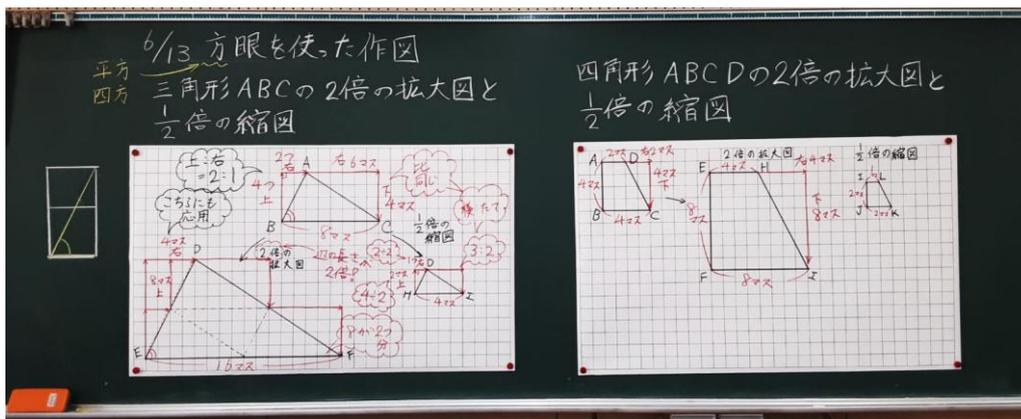


拡大・縮小の意味をおさえる

形が同じという言葉の確認  
相似関係の拡大図・縮図について

第2時 方眼を用いて拡大図・縮図の作図を行う。

教科書通りの図を使用し、方眼を用いて作図を行った。第7時のマス目がない中で、座標を使って説明する学習との関連や、使ってほしい考え方もあり、その辺りを少し意識して指導にあたった。

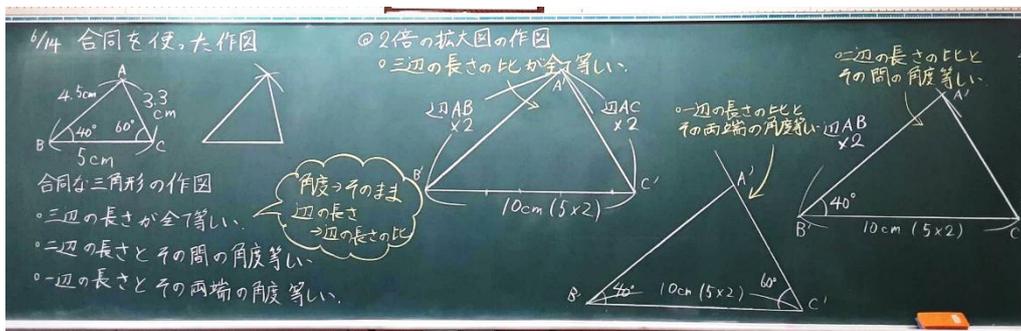


この左側の部分が方眼を利用し、三角形の2倍の拡大図と 1/2 の縮図の作図をした時のものである。本当に、形が同じで、辺の長さが2倍になっているのかということを作図しながら確認した。板書には子ども達の発言を図の周りに書き込んでいる。下の辺の長さが16マスなのは、8マスの2つ分だと発言があった。

また、辺DEが辺ABの2倍と言えるのかということについては、「BからAにかけての辺は4マス上に上がって2マス右にいており、これを2倍して8マス上に上がって4マス右にいてる」という捉え方をしたり、あるいは子によっては「上に4・右に2いて、もう1回上に4・右に2いて、同じものが2つ分」という捉え方をしたりして説明する子がいた。いずれにしても辺の長さが2倍になっているという事を方眼を根拠にして確認した。また左下の角度について、本当にこれが同じ角度と言えるのかということを確認をした。子ども達からは「小さい三角形の左上の部分は上：右が4：2、大きい三角形の左上の部分は上：右が8：4で、左に赤で書いている直角三角形が同じ形の物である」という事や、「どちらも簡単な比でみると上：右=2：1であるのでどちらの辺も上下に並ぶ2つの方眼を斜めに切っただけから同じ大きさなのだ」という表現があった。素敵な考え方をすると感心し、板書にも書き留めた。

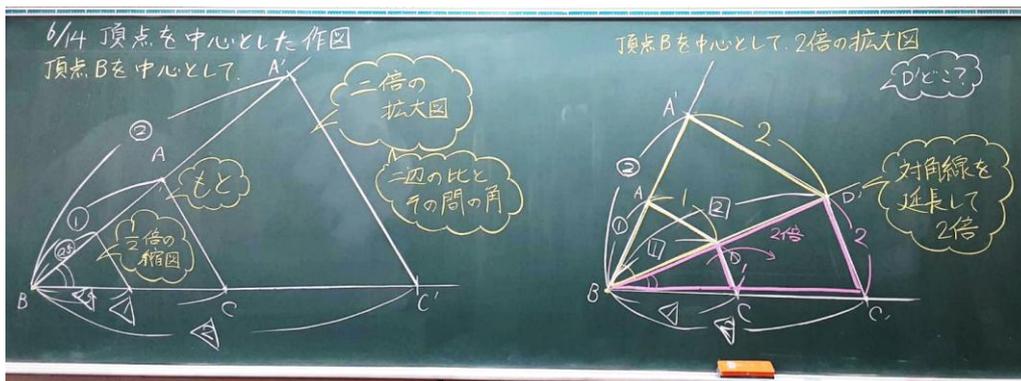
**第3時 合同の作図をもとに、拡大図・縮図の作図を行う。**

合同な三角形の作図の仕方を確認し、三角形の合同条件を確かめた。その上で、形が同じで大きさの違うものとは、角度が同じで辺の長さの比が全て同じであるものという事を確認した。その後、合同条件の「3辺の長さが等しい」「2辺の長さとその間の角の大きさが等しい」「1辺の長さとその両端の角の大きさが等しい」ことから、角の大きさについての表現はそのままに、「辺の長さが等しいこと」を「辺の長さの比が等しい」と変え、拡大図・縮図の作図の仕方とし、作図に取り組んだ。また作図の仕方の3パターンがそのまま、2つの図形が拡大図・縮図の関係であると言える条件であると確認した。



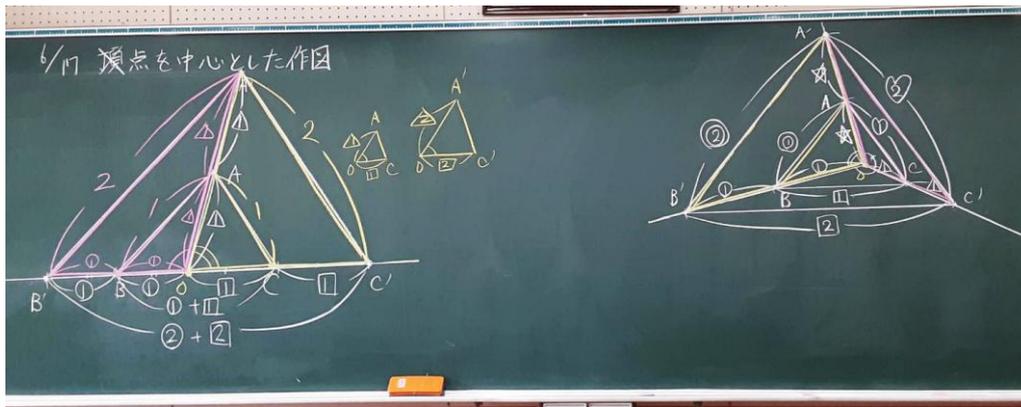
**第4時 図形の1頂点を中心とした拡大図・縮図の作図を行う。**

図形の1つの頂点を中心とした作図で、教科書通りの三角形と四角形の作図を行った。三角形の作図の後で、第3時で学んだ拡大図・縮図のどの条件を使って作図に取り組んだのかを確認し、2つの三角形は2つの辺の長さの比と、その間の角の大きさがそれぞれ等しいから拡大図・縮図の関係になっているということを確認し、説明させた。四角形の作図では、皆で同じように手順を確認しながら作図した後、なぜこの作図方法で辺A'D'が辺ADの2倍になっているといいいいのか、またなぜこの作図方法で辺D'C'が辺DCの2倍になっているといいいいのかを考察した。その中で対角線BDで四角形を切った形に注目し、先ほど確認した三角形の拡大図・縮図の作図を繰り返し行っているのだという事を押さえ、だから三角形ABDとA'BD'、三角形DBCとD'BC'は拡大図・縮図関係になるので、辺A'D'が辺ADの2倍になり、辺D'C'が辺DCの2倍になるのだということを説明させた。



**第5時 辺上の1点や図形内の1点を中心とした作図を行う。**

辺上の1点と図形内の1点からの作図を行った。皆で作図の手順を確認しながら作図を行い、第4時の四角形の時と同様、どうしてこの作図方法で辺の長さが全て2倍の拡大図が作図できたと言っていいのかを確認した。繰り返し確認し、説明させる中で子ども達はずっと同じ二辺比夾角相当の考え方を使って説明しているのだということに気づき、どんどん説明に慣れていった感じがある。



**第6時 図形外の1点を中心とした拡大図・縮図の作図を行う。**

図形外の1点を中心とした作図について、皆で手順を確認しながら作図に取り組んだ。前時までと同様、どうしてこの作図方法で辺の長さが全て2倍の拡大図が作図できたと言っているのかを確認した。また同じ二辺比夾角相当の考え方をを使って説明し、考察の仕方や説明の仕方に慣れていった。図形外の中心Oより頂点Aに直線をひき、それをそのまま頂点A方向に伸ばして2倍になった所で頂点A'をとるという説明を聞き間違い、直線OAを中心O方向に伸ばして2倍になった所に頂点A'をとった子がいた。この子は何を作図したのかを全員で考えたのが黒板の右側にある図である。吹き出しにあるのは子どもの発言で、「これは合同の作図である」「1倍の拡大図・縮図の作図をした」等の2つの図形の合同関係に触れる発言や、「向きは逆」で「位置は点対称になっている」という発言もあり、子どもの間違いから生まれた場面ではあるが、合同や拡大図・縮図に対して理解を深める良い時間となった。



**第7時 プログラミングを用いた拡大図・縮図の作図を行う。(本時)**

本時の学習内容については後述する。

**第8時 縮図の利用 (地図の縮尺)**

縮尺について、表現方法や計算方法などを確認した後、教科書の図や問題が非常に良くできているものだったので、それを活用して、地図上の2地点間の実際の距離を求める学習を行った。

**第9時 拡大図・縮図の学習のまとめ**

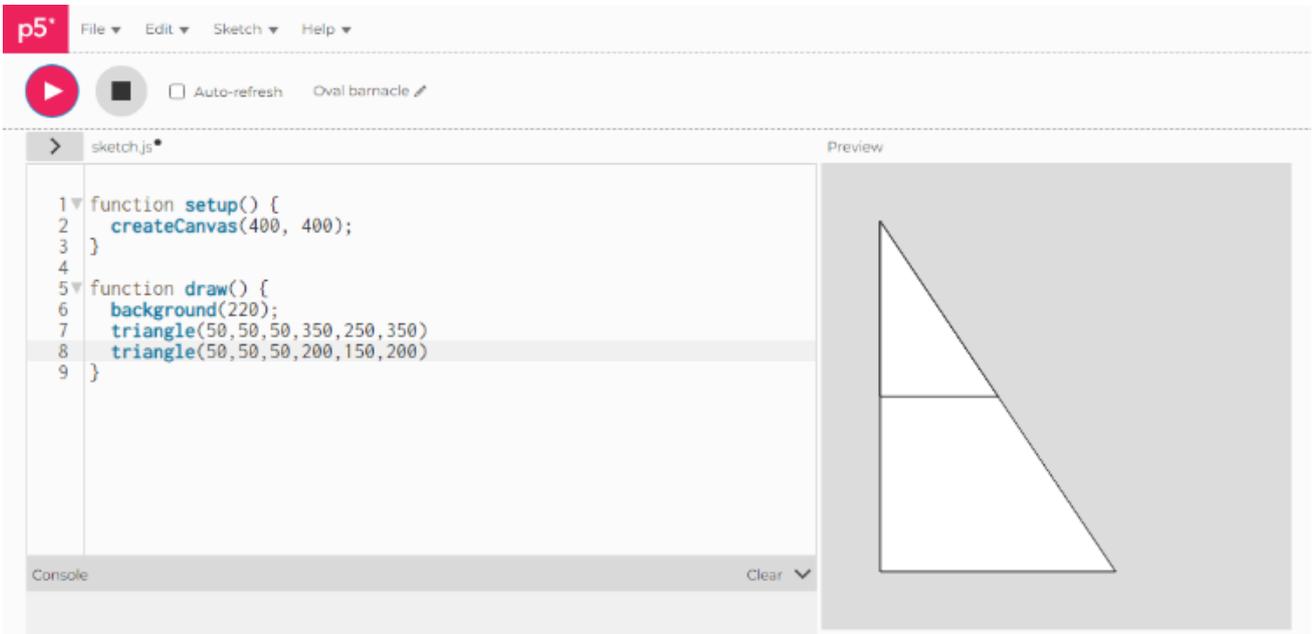
これまでの学習を振り返り、練習問題に取り組んだ。

## 7. 本時について

第7時 プログラミングを用いた拡大図・縮図の作図を行う。(本時)

### 1) プログラミング教材について

第7時では p5.js Web Editor というウェブアプリを使用し、ある三角形を2倍に拡大した三角形を作図するという学習を行った。P5は無料で使用可能な簡易版ジャバスクリプトで、Java ベースでプログラムが組み、プログラミングの結果が再生ボタン1クリックですぐ出てくるのでコードの間違いもすぐに分かる。以下が実際の画面である。



左側にコードを打ち込むと、そのコードに応じた図が右側のグレーの部分に表示される仕様になっている。triangle(数, 数, 数, 数, 数, 数)という三角形を作図するコードを使用する。()の中の6つの数は3カ所の頂点のx座標 y座標を表しその3頂点を結ぶ形で三角形を作図する。

まずこちらから小さい三角形を作図するコードを提示し、全員で同じ三角形を作図させる。その後、それぞれが、その三角形を1頂点共有で2倍に拡大した三角形を作図するコード(座標を示す6つの数)を考え、打ち込み、三角形を作図する。その後、完成した三角形が本当に2倍の拡大図になっているのかを考察する。

## 8. 本時の目標

2つの図形の座標から辺の傾きや長さの比、角度を考察し、本当に拡大図・縮図の関係なのかを考察する。

単元を通して身に付けたい資質・能力

図形間の関係に着目し、構成の仕方を考察する。

2つの図形は拡大図・縮図の関係であるかを考察していく中で、

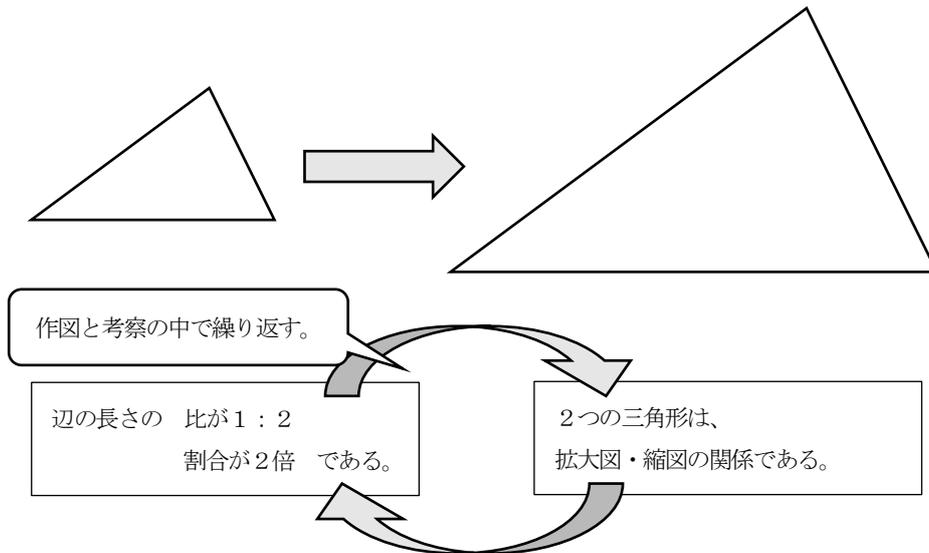
- 対応する辺の関係を比や割合で捉える。
- 辺の傾きも比や割合の形で捉える。

これらは中学数学の図形や関数領域に応用していける感覚の素地となると考える。

### ○ 対応する辺の関係を比や割合で捉える。

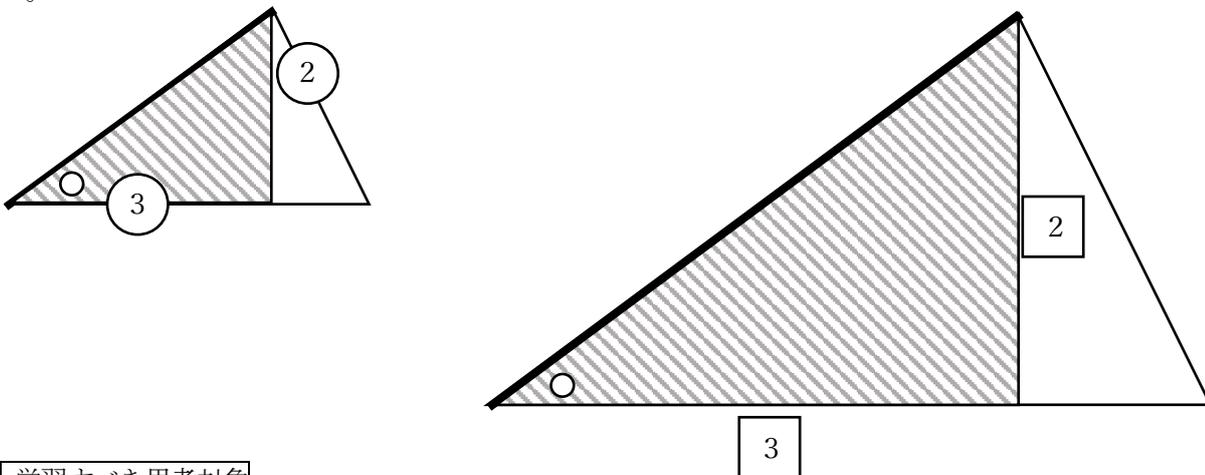
全ての辺を2倍するとぴったり重なるという三角形があった時、これらは拡大図・縮図の関係であると言えることが出来る。拡大図・縮図の関係であるから、辺の比が1:2である、あるいは割合が2倍であるという事と、また本当にこの2つの三角形が2倍の拡大図・縮図の関係と言えるだろうかと考察する時には、辺の比を見て1対2であるとか割合が2倍になっているということを確認して、拡大図縮図の関係だと言えると思う。

図・縮図だから辺の比はこうであるということ、辺の比はこうだから拡大図・縮図の関係であるということ、作図と考察を繰り返す中で、これらを繰り返し、子ども達に力をつけていきたいと考えた。



○ 辺の傾きも比や割合の形で捉える。

下の2つの三角形の太線で示している辺について、その辺を斜辺とする直角三角形（斜線で塗られたもの）を描く。そして、例えば小さい方について直角を挟む2辺の比が3：2である。大きい方についても同様に3：2であるという時に、この2つの直角三角形は拡大図・縮図の関係の直角三角形とすることができる。だから丸の部分の角度、つまり、太線で示した辺の傾き具合については等しいという風に捉えられるということも狙っていた。



学習すべき思考対象

拡大図・縮図の作図と考察を繰り返す。

考察のポイントとして、

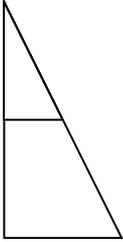
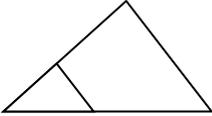
- 辺の長さを頂点の座標同士の差から見いだす。
- 辺の傾きについてはその斜辺を含む直角三角形の拡大縮小を使って考える

この2点を考察のポイントと考えた。

数学らしい文脈

プログラミング上で、座標を使い作図をするという手法を取る。ただし、座標というコンテンツを教えたいのではなく、数の組み合わせで縦横の位置を表すということに慣れさせていきたいという風に考えていた。また、作図でできた図形について考察する際にマス目がない中で、座標同士の差を見て、辺の長さの比や割合、角の大きさを考えるということもさせたいと思っていた。

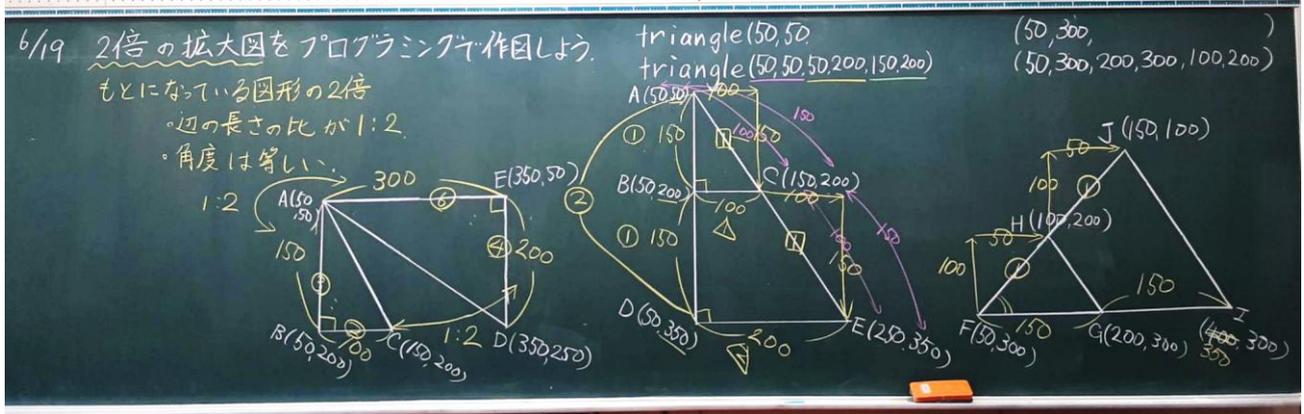
## 9. 本時の流れ

児 童 の 活 動	指 導 上 の 留 意 点	準 備 物
めあて：2倍の拡大図をプログラミングで作図しよう。		
<p>1. 2倍の拡大図の定義を確認する。</p> <p>2. 8行目に直角三角形をプログラミングする。</p> <p>3. 2の直角三角形の2倍の拡大図を7行目にプログラミングする。</p> <p>4. 出来上がった2つの直角三角形が拡大図・縮図の関係になっているか考察する。</p> <p>5. 8行目に三角形をプログラミングする。</p> <p>6. 5の三角形の2倍の拡大図を7行目に入れる。</p> <p>7. 出来上がった2つの三角形が拡大図・縮図の関係になっているか考察する。</p>	<p>2倍の拡大図とは 対応する角の大きさは変わらない事、 辺の長さが2倍になっている事をおさえる。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・プログラム7行目にこの後拡大図のプログラムを入れる為、もとの図形のプログラムは8行目に入れる。</li> <li>・もとの図形は全員で共通のものを入れる。 コード <code>triangle(50, 50, 50, 200, 150, 200)</code></li> <li>・拡大は頂点中心の形にし、共有する頂点は(50, 50)の点とする。</li> <li>・習熟度によっては共有する頂点を原点としても良い。</li> <li>・8行目の座標と2倍という比から辺の長さを考える手掛かりとする。</li> <li>・直角を挟む2辺の長さの比は座標の縦方向の数値と横方向の数値から用意に計算できる。ここでは二辺比挟角相当なので、拡大図・縮図の関係という事と、だから斜辺の比も1：2であるという事を押さえたい。</li> <li>・下の辺は横に真っすぐ、左右の辺は斜めの三角形を用いる。</li> <li>・もとの図形は全員で共通のものを入れる。 コード <code>triangle(50, 300, 200, 300, 100, 200)</code></li> <li>・拡大は頂点中心の形にし、共有する頂点は(50, 300)の点とする。</li> <li>・この三角形では原点中心の形でプログラミングは出来ない為、習熟度により原点中心とする場合は三角形の形を変える必要がある。</li> <li>・8行目の座標と2倍という比から辺の長さを考える手掛かりとする。</li> <li>・下の辺は横に真っすぐなので座標から比を容易に考えられる。斜めの辺の比を考える際に前時までの学習や1～3の活動を手掛かりにさせたい。</li> <li>・反対側の斜めの辺の比も座標を元に話させることで、ここまでの学習の理解度を確かめる。</li> </ul>	<p>児童用タブレット 教員用タブレット 作図案作成 プリント</p> <p>【用いる図形】</p>  <p>【用いる図形2】</p> 

<p>8. 本時の学習をまとめる。</p>	<p>・本時は座標から辺の長さや比や傾き、角の大きさ等様々な事を考えた。中学でも座標を元に傾きを考える学習があるので、その時に今日の勉強を思い出してほしい。</p>	
-----------------------	--	--

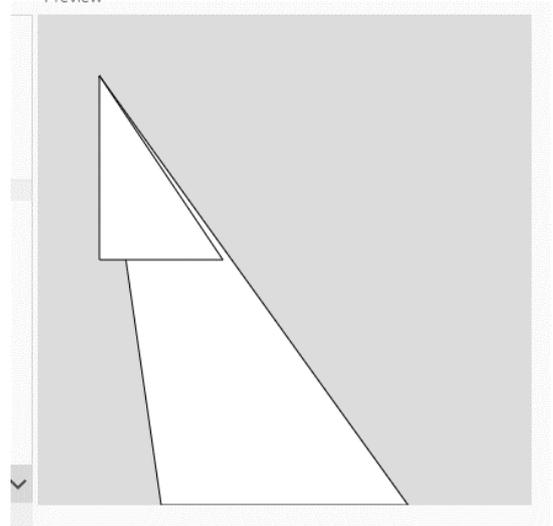
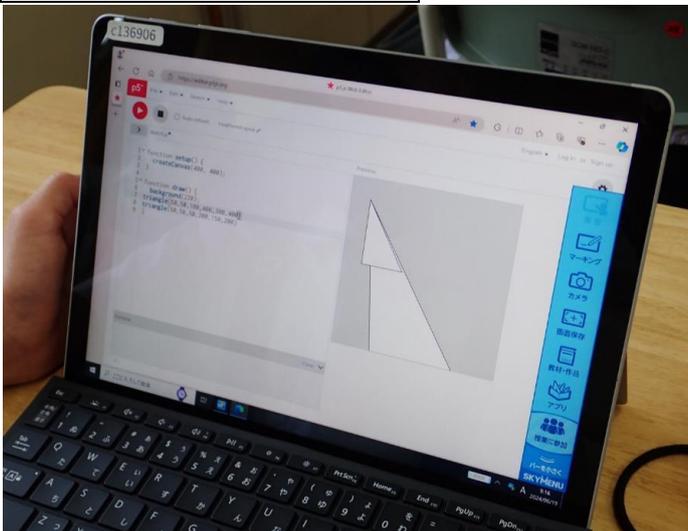
10. 本時の板書と児童のプログラミング画面

板書



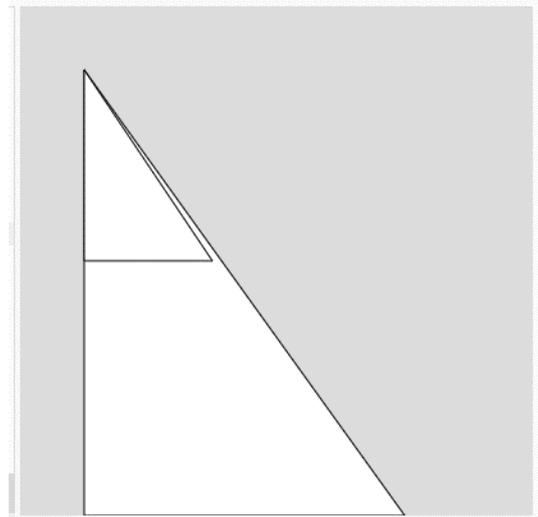
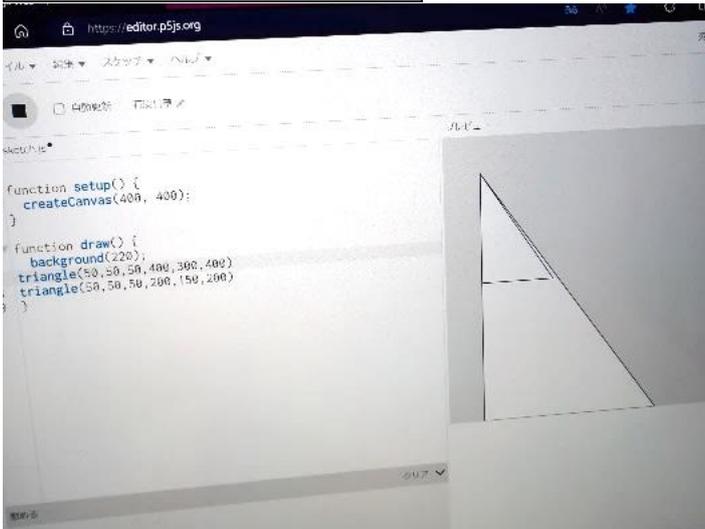
右側2つは元よりする予定であった作図。一番左のものは直角三角形の拡大図の作図で児童が「これはどうだろうか」と出してきた図。上記3つについて全員で拡大図・縮図の関係になっているか考察した。

プログラミング (活動3の誤答1)



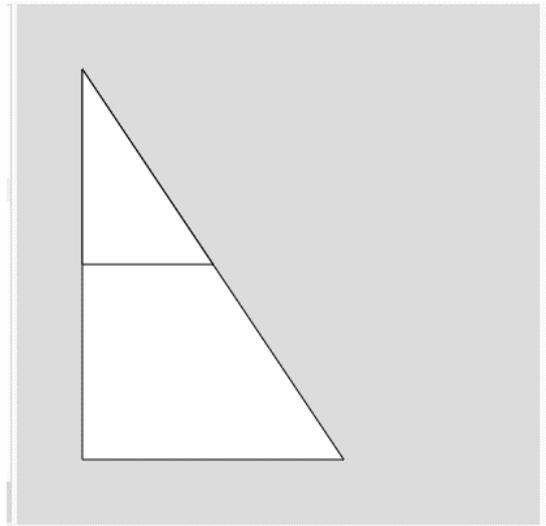
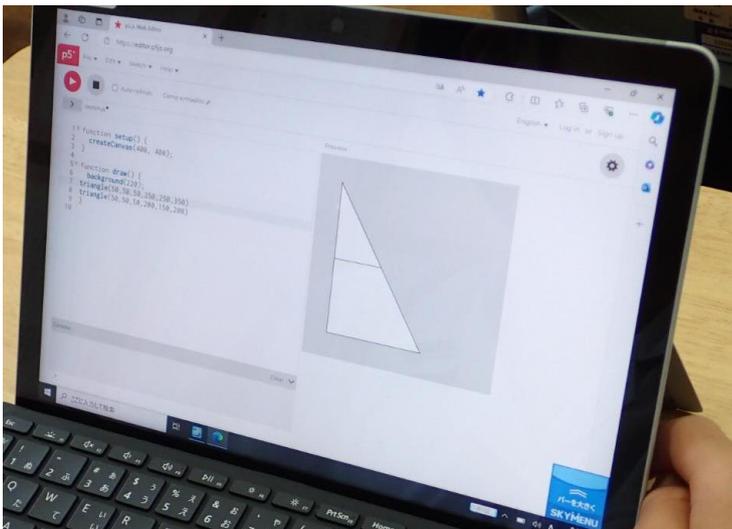
子ども達のはじめに作図した時に多かった誤答。見るからに同じ形ではない。指導者が提示したコード `triangle(50, 50, 50, 200, 150, 200)` に対して `(50, 50, 100, 400, 300, 400)` と打ったもの。1頂点 50, 50 は共有なのでそのまま打ち、その後の数を全て2倍した。子ども達からは「なんか変になった」と発言があり、自らトライ&エラーを繰り返していった。

### プログラミング (活動3の誤答2)



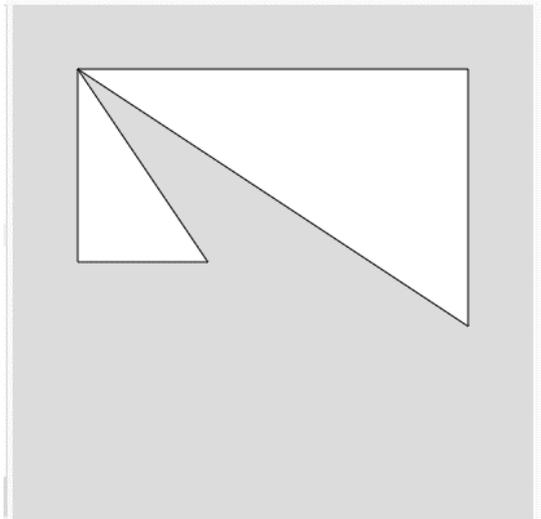
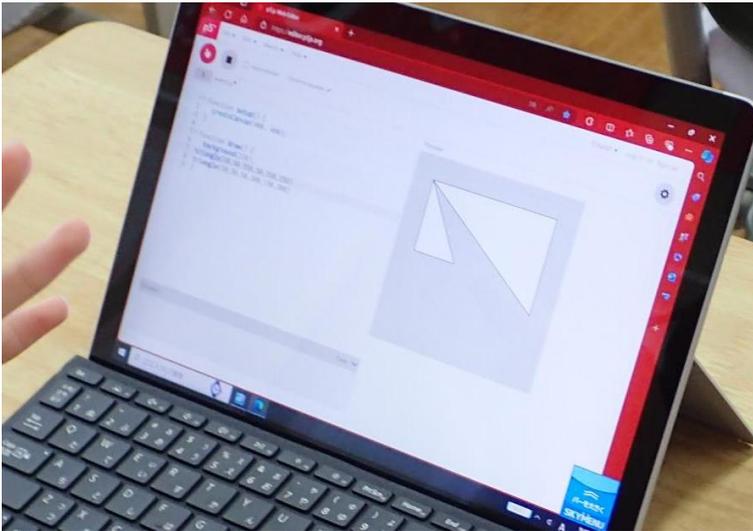
次に多かった誤答。上手く出来ているようにも見えるがよく見ると斜辺の部分がズレており、下に長い形になっている。コードは `triangle(50, 50, 50, 200, 150, 200)` に対して `(50, 50, 50, 400, 300, 400)`。前3つは同じものを打ち、後ろ3つは全て2倍にただけ。これも「ちょっと違う」と発言があり、子ども達はさらにトライ&エラーをしていった。

### プログラミング (活動3の正答1)



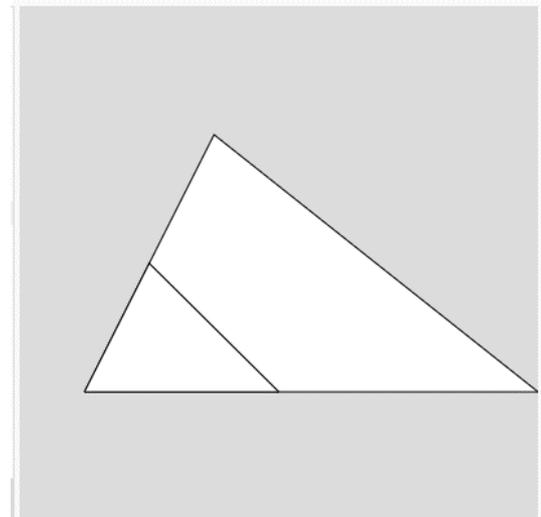
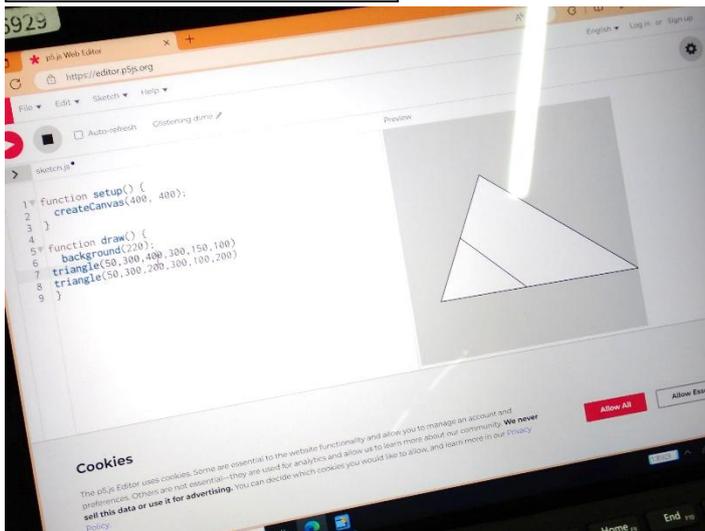
次第に子ども達からは「出来た」「出来た」と声上がり、このようなプログラミングを行っていた。コードは `triangle(50, 50, 50, 200, 150, 200)` に対して `(50, 50, 50, 350, 250, 350)`。この作図で本当に2倍の拡大図になっているのか、コードの座標をもとに考察し話し合う活動を行った。

### プログラミング (活動3の正答2)



子どもから「これはどうですか?」と質問があった。これを取り上げないと今回の授業をしている意味はないと思い、「みんなで考えてみよう」とその子には伝えて全体で考察の時間を取った。コードは(50, 50, 50, 200, 150, 200)に対して(50, 50, 350, 50, 350, 250)。

### プログラミング (活動6の誤答)



直角を含まない三角形の拡大図の作図。このようなプログラミングを行っていた。コードはtriangle(50, 300, 200, 300, 100, 200)に対して(50, 300, 400, 300, 150, 100)。この作図で本当に2倍の拡大図になっているのか、コードの座標をもとに考察し話し合う活動を行った。実は上記のコードは一部間違っている。子ども達は話し合う中でコードの間違いに気づき、訂正をしていた。

## 11. 実践をふりかえって

### 成果

○ 単元を通して、2つの図形がなぜ拡大図・縮図の関係といえるのかを繰り返し問うことにより、辺の長さや角の大きさに目を向けて説明をする態度と技術が養われた。

⇒これは単元を通して身に付けたい資質・能力に挙げていた図形を構成する要素および図形間の関係に着目し、構成の仕方を考察したり、図形の性質を見出したりする力で、中学の図形領域につながっていく力ではないかと考えている。

○ 辺の長さの比や角の大きさについて、座標から読み取った数を基に説明したり、理解したりする力をつけることができた。

○ 共有点の座標を(50, 50)や(50, 300)としたことにより、辺の長さを2倍した点の座標は単純に数値を2倍するだけでは求められないので、より深く子ども達が考えることができ、理解を深めることができた。

⇒この力が中学校の座標や関数関数のグラフにつながるのではないかと考えている。

### 課題

○ プログラミング学習時に全員の言語化活動を保障できたわけではない。ただ、子ども達の反応を見ているとほとんどの子が作図・考察していたのではないかと思う。一度直角三角形を作図させ、次の場面で違う直角三角形に挑戦させることで、友だちの発表に対する理解度も計れた可能性がある。

○ 今回座標を考えるうえでややこしくなり過ぎないように、拡大図を2倍と整数倍にしていた。それにより傾きの考察時に同じ直角三角形いくつ分という表現を許してしまった。拡大図を小数倍にすることで傾きの考察の時により拡大図縮図や辺の比や割合というものを活用する考え方が出てきたのではないか。

○ 今回のウェブアプリ p5.js Web Editor では縦軸方向が、上が0で、下に行くにつれ数字が大きくなる仕様だった。関数を学ぶ時に改めてx軸y軸について捉え直しが必要となる。