

## 事例②

## 「切断立体」

### 指導案

### ◆授業概要

数学の学びを活かし、切断立体をテーマに問題文の作成を行う。文章的な表現と美術的な表現の違いを比べながら分類・表現することで、立体図形を数学・美術の両面から捉える。

### ◆年間スケジュール

#### 【中学3年生】

	1学期				2学期				3学期		
	4月	5月	6月	7月	9月	10月	11月	12月	1月	2月	3月
数学					「三平方の定理」 →切断立体の体積の求め方を学ぶ →問題文を作成する						
美術					↓ 「切断立体」 →切断立体をペーパークラフトで作る →デッサンをする						

※本書で紹介する授業の一例として、関連のある教科・単元を記載します。どの授業でも導入しやすいよう実施の時期の指定はしていませんが、導入時期に迷う場合は上図のスケジュールをご参照ください。なお、各教科・単元の実施時期は一例で、学校準拠とします。

### ◆教材の目標／ねらい

1. 実施日時 通年9月から12月(計13～15時間)
2. 実施教科 数学 美術
3. 学年 中学3年生
4. 単元名 「三平方の定理」(数学) 「切断立体」(美術)
5. 授業全体の目標

数学の作図の知識と美術の形の構想力を用いて、面白い切断立体の作問とその解をペーパークラフトで作成することができる。




本時は中学3年生の授業として実施をしているが、問題文の作成を含まない場合は、中学1年生の「空間図形」「立体の体積と表面積」等にも関連しているため、「立体の特徴の理解」を目標として、中学1年生・2年生でも実施が可能である。

6. 教科ごとの目標

数学：今までの平面図形・立体図形の知識を用いて、作図と作問をすることができる。

美術：形の特徴を整理し分類を行うこと(フォームブレスト)により、作りたい制作物の観点で分類決定し、ペーパークラフトで表すことができる。また、制作した立体を的確にデッサンすることができる。

◆単元計画

月	時数	概要	内容	関連教科
9	1	立体の問題を解く。	①三平方の定理の理解を深める。 ②複雑な立体問題の文章に慣れる。	数学：三平方の定理を身に付ける。  学年外の関連教科と単元 【数学】中1「基本の作図」 「いろいろな立体」
10	1	フォームブレスト	①粘土の立体を切断し切断立体を作る。 ②作った切断立体を分類する。	美術：様々な切断方法を検討する思考法を知る。 数学：数学的な表現を考える。 ／体験を通して切断立体問題に対してイメージをもつ。  学年外の関連教科と単元 【数学】中1「立体の見方と調べ方」
10	3 ～ 4	制作 ～前半～	①ブレストを基に、作問する。 ②作った問題がブレスト結果に沿っているか確認する。 ③立体を基にペーパークラフトの設計図を製作する。	数学：条件などを整理しながら数学的な表現で作問をする。 ／三平方の定理を使って辺の長さ、面積、体積を導く。 美術：のりしろや組み立てやすさを想定し製図する。
11	5 ～ 6	制作 ～後半～	①ペーパークラフトを制作する。	美術：紙の強度など特性を利用し、角の出し方やマグネットの貼り付け方を工夫する。
11	1	解く。	作った問題を解く。	 学年外の関連教科と単元 【数学】中学の図形複合問題演習
12	2	デッサン	(50分×2時間／導入・展開) ペーパークラフトを基にデッサンする。	美術：立体の切断面の見え方や影のつき方を理解し、表現する。

※本書では「フォームブレスト」「制作～前半～」の指導案を掲載します。

この単元を行うためには、次のものが必要となる(2名1組とした場合)。

【使用する材料と道具】

No	物品	価格(目安)	備考
1	粘土 適量 2色	100円	消耗品。 グループ内で誰が作ったのか区別できるように異なる色を生徒に渡す。
2	粘土へら 4本	100円	1人2本使用する。
3	刺繍糸 20cm程度 適量	100円	
4	新聞紙 2枚	各家庭から 持参させる等	立体製作時に机に敷くために用いる。
5	工作用厚紙(白色)	100円 (A4×4枚)	消耗品。 ペーパークラフト用。

※材料、道具は一例となります。


◆評価のポイント

本教材では、美術で評価を行い、数学については教科での定期考査にて評価を実施する。美術での評価のポイントは下表の3つの観点で評価したのち、完成作品における生徒同士での評価も考慮に入れて総合的に評価をしてもよい。また、授業の性質を活かした、数学・美術の複合的な問題を出題し、正答だった場合は、加点としてもよい。

【美術評価】

基準	知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
5	〈クラフト〉 難解な図形を隅々まで丁寧に作ることができている。 〈デッサン〉 立体を形・濃淡・タッチの3点を網羅して表現できている。	立体の文章(問題文)を、 数学的な表現で正しくかつ工夫して提示できている。	フォームブレストで多く分類している。
3	〈クラフト〉 形を実現している。 〈デッサン〉 形・濃淡・タッチの3点を網羅して表現できている。	立体の文章(問題文)を、 数学的な表現で正しく提示できている。	フォームブレストでいくつか分類している。
1	〈クラフト〉 形が違う。 〈デッサン〉 形・濃淡・タッチがほとんど表現できていない。	立体の文章(問題文)を、 数学的な表現で正しく提示できていない。	フォームブレストで分類が少ない。

◆「フォームブレスト」授業展開

時間	学習活動	予想される生徒の反応	留意点	教材
導入 (5分)	立体の切断を復習する。	「立方体では切り方により断面の形を様々に作ることができる。」	切断面とその頂点の位置について連動して考えるよう促す。  その他関連教科 【数学】中1「いろいろな立体」	
展開 (35分)	ブレストについて説明を聞く。 ・ブレストとは ・ブレストの項目	「ブレインストーミングを形で行うこともできるんだ。」	教科書等も見ながらどの問題文の図形がどの位置に入るか自分なりに考えさせる。質より量で、たくさん切断してみるように促す。簡単な問題になりそう等の心配はしなくていいことを伝える。	教科書 ワークシート 副教材 スライド 1~4
	作業を行う。 ・粘土を切断する ・切断立体をブレストする	「形に偏りがあるな。」 「2つの切り方を組み合わせではどうだろう。」 「この立体はワークシートの右上に分類できそう。」	まずは問題を作ることや難しさを意識せず、たくさん切ってみるように促す。切断前と後のイメージをもたせる。展開図を既習技能を用いて作成する。 ※ブレストと作問を行う順番は前後しても問題ない。	ワークシート 副教材 スライド 5~8
まとめ 共有 (10分)	まとめを行う。 ・学習の整理 ・他のグループと結果の共有 ・次時の導入	「似たような形でも分類の仕方が異なる。」 「似ていない形だが、分類の場所が似ている。」 「形をたくさん作って分類すると思考の整理と共有がしやすい。」	切断した立体を文章(問題文)として表現する。数学的視点も取り入れながら意見を交わすよう促す。	副教材 スライド 9 ノート

■分析・考察

- ・切断した形の模索という整理しにくい項目についてフォームブレストは有効である。
- ・ブレストの軸を「形の複雑さ」と「切り方の文章の難しさ」にすることで、面白い問題を作りながらも切断立体問題の要素を押さえることができる。

■発展

- ・今回は「形の複雑さ」「切り方の文章の難しさ」という2つの軸をあらかじめ設定しているが、軸を何にするかから自分で考えさせるとより思考が深まる。
- ・既存の切断立体問題を分析する時間を設けると効果的である。

◆「制作～前半～」授業展開

時間	学習活動	予想される生徒の反応	留意点	教材
導入 (5分)	プレストの結果を振り返る。	「文章の難しさを考えるのが難しかった。」 「分類するときに、ペアで意見が異なる立体があった。」	軸である「形の複雑さ」「切り方の文章の難しさ」から逸れていないか確認するように促す。	ワークシート
展開 (40分)	作問や製図に取り組む。	「切り方が同じでも、断面図の形を問うか面積を問うかで難易度が変わるな。」 「難しい問題にしたいな。」	自由な表現としつつも、数学の問題文として表現的に齟齬がないか確認するように促す。 切り方と問い方の組み合わせを変えると、問題文が多くなることを意識させる。 ※プレストと作問を行う順番は前後しても問題ない。	教科書 ワークシート ノート
まとめ (5分)	まとめを行う。 ・学習の整理 ・次時の導入	「次回どのように製図するかおさらいしておこう。」	次回の作業に向けて、自分の考えを深め、まとめさせる。	ノート

■分析・考察

- ・考えた立体の展開図はバラバラにならないように、1枚で作成することが重要である。
- ・問題文の要素を押さえると、より多くの問題文を考えやすい。
- ・数学的な問題の表現は数学教員が指導する方がよい。

■発展

- ・無料の3DCGソフトを活用することで立体図形を可視化し模範解答に活かすこともできる。

◆生徒作品例

【問題】

$\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{8}$ 、 $\frac{1}{16}$ ……という規則性のある数が繰り返されている。これらの総和を立方体を用いて答えよ。



【解答例】

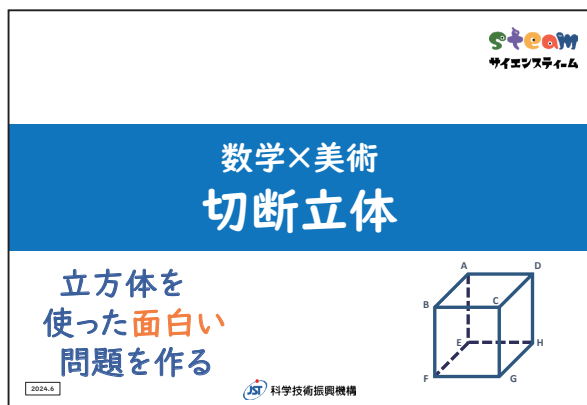
$1\text{ cm}^3$ の立方体を考える。  
 $\frac{1}{2}\text{ cm}^3 + \frac{1}{4}\text{ cm}^3 + \frac{1}{8}\text{ cm}^3 + \frac{1}{16}\text{ cm}^3$ ……は直前の立体の半分の体積の立体が次々と足されていくと考えることができる。

実際には1にならないが、無限に足していけば、着実に1に近づいていく。  
よって、答えは「1」となる。



提供：芝浦工業大学附属中学校

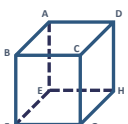
※使用するスライドの右に、教師のセリフを入れています。文頭の「◆」は、スライドを切り替えた後の最初のセリフを示しています。



STEAM  
サイエンスタイム

数学×美術  
切断立体

立方体を使った面白い問題を作る

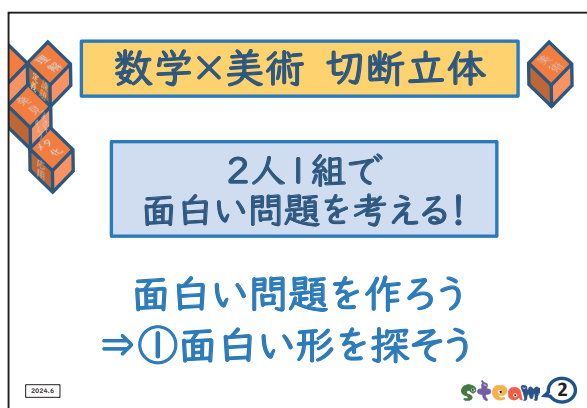


2024.6 JST 科学技術振興機構

◆皆さん、今日はこれまで学んできた数学の知識を活かして、自分たちで立体の問題を考えてもらいます。

2人1組でそれぞれのアイデアを出し合って共有しながら進めましょう。この方法は「ブレインストーミング」と呼ばれて、自由な発想で意見やアイデアを出し合うというものです。

ブレインストーミングで様々なアイデアを出し合い、整理しながら面白い立体を見つけ出しましょう。



数学×美術 切断立体

2人1組で面白い問題を考える!

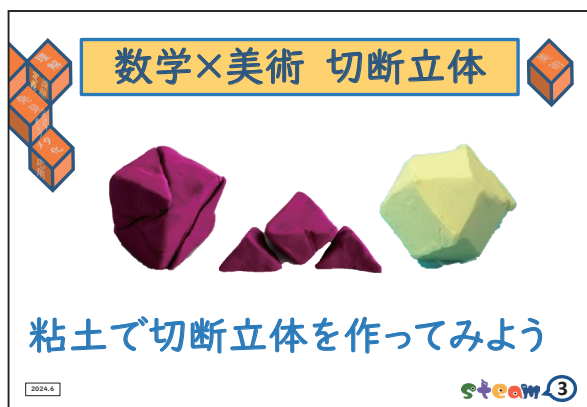
面白い問題を作ろう  
⇒①面白い形を探そう

2024.6 STEAM ②


◆まずは、2人1組のペアを作り、一緒に数学の問題を考えてもらいます。

面白い問題を考えるのがゴールです。

まずは、第1段階として、面白い形を探すところから始めましょう。



数学×美術 切断立体



粘土で切断立体を作ってみよう

2024.6 STEAM ③

◆面白い形の立体を見つけるために、今日は粘土を使って実際に立体を作ってみましょう。

粘土を使って実際に形を作っていくことで、頭で考えていると気が付かないような細かな部分まで考えることができ、思いもしない立体を見つけることができるかもしれません。

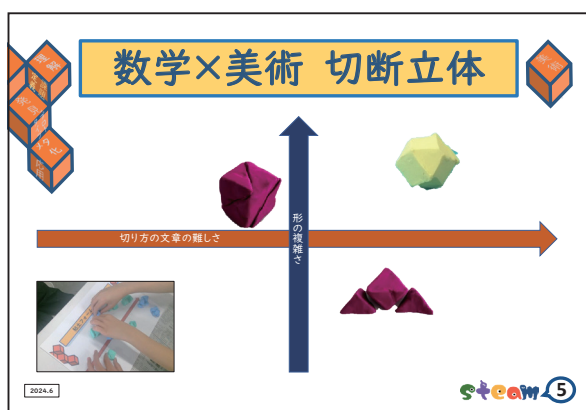
何回も試してみても、面白い形の立体を作ってみてください。



- ◆粘土での作業の前に必要な道具がそろっているか確認してください。

粘土、粘土へら、新聞紙、刺繍糸

机が粘土で汚れないように新聞紙を机に敷いてください。粘土は2色置いてあります。ペアの人と話し合っ、それぞれが違う色の粘土を使うようにし、途中で使う色を入れ替えたりしないようにしてください。刺繍糸は主に粘土を切るときに使います。粘土へらは、立方体を作ったり、粘土を切ったり、形を整えるのに使います。



- ◆次に、ワークシートのグラフを活用して、粘土で作った立体を視覚的に分類してみましょう。

今回は、「形の複雑さ」と「切り方の文章の難しさ」の2つの軸で分析していきます。

「形の複雑さ」は、皆さんが作った切断立体が複雑な形をしていると思うほどシートの上側に置きます。

次に、「切り方の文章の難しさ」は、立体の作り方を文章で表した際に、難しいと思うほど右側に置いていきます。

まずは、たくさんの立体を作ってみましょう。

その後は、できるだけ右上の位置に置けるような立体を目指してください。

正解はないので、自由にペアの人と意見を交わしながら分析していきましょう。



- ◆面白い問題を作るための第2段階として、粘土で作って面白かった立体から、問題文中で使う条件を考えて文章化してみましょう。

条件を文章化するときには、「切り方」と「求め方」の2つに注目しましょう。例えば、切り方では、立方体のある辺の真ん中で切る場合「辺ABの中点Pを通して切る」などと文章化できます。また、求め方では、「切断した後の立体の体積を求めよ」というように文章化することができます。


文章化するときには、数学的な表現になっているかに注意してください。例えば、「高さ」や「表面積」などの用語を正しく使えているかを確認しながら考えましょう。

**数学×美術 切断立体**

切り方  
真っ直ぐに2か所切る  
真っ直ぐに3か所切る

求め方  
切断面の面積を求める  
切断面の形を求める  
切断面の体積を求める

面白い問題を作ろう  
⇒③条件の分析をしよう

2024.4 

◆面白い問題を作るための第3段階として、文章化した条件を分析してみましょう。

例えば、「① 文章化した条件を仲間分けする」  
「② ①で仲間分けした条件の中で、文章化の難しさをさらに仲間分けをする」などのようにして分析してみましょう。

①として、文章化した条件をいくつかの仲間に分ける場合、「切り方」と「求め方」で分けることが考えられます。

そこから、②として、文章化の難しさをさらに仲間分けすることができます。


**数学×美術 切断立体**

切り方  
真っ直ぐに2か所切る  
真っ直ぐに3か所切る

求め方  
切断面の体積を求める  
切断面の面積を求める  
切断面の形を求める

【問題の例】  
27 ABCD-EFGHを3枚の紙で作る立体をP、Q、R、S、T、U、V、W、X、Y、Z、AA、BB、CC、DD、EE、FF、GG、HH、II、JJ、KK、LL、MM、NN、OO、PP、QQ、RR、SS、TT、UU、VV、WW、XX、YY、ZZとします。立体のP、Q、R、S、T、U、V、W、X、Y、Z、AA、BB、CC、DD、EE、FF、GG、HH、II、JJ、KK、LL、MM、NN、OO、PP、QQ、RR、SS、TT、UU、VV、WW、XX、YY、ZZの体積を比較して、最も大きいものを答えなさい。

面白い問題を作ろう  
⇒④条件の組み合わせを変えよう

2024.4 

◆これまでの段階1～3の作業を繰り返し、ワークシートの右上の位置に置いた立体の条件の文章化を行ってみましょう。

それらの文章化した条件の組み合わせを変えることで問題のバリエーションを増やすことができます。

例えば、切断する位置や回数を変えてみたり、求めるものを体積から表面積に変えてみたり等してみてもよいでしょう。


このようにいろいろな組み合わせを試して、自分だけのオリジナル問題を作ってみてください。

**数学×美術 切断立体**

提出物

- ブレインストーミング後のワークシートの写真(メンバーの名前と各自が作った個数を記録)
- 決定した形の写真
- 切り方の文章(問題文の前半)

【問題の例】  
27 ABCD-EFGHを3枚の紙で作る立体をP、Q、R、S、T、U、V、W、X、Y、Z、AA、BB、CC、DD、EE、FF、GG、HH、II、JJ、KK、LL、MM、NN、OO、PP、QQ、RR、SS、TT、UU、VV、WW、XX、YY、ZZとします。立体のP、Q、R、S、T、U、V、W、X、Y、Z、AA、BB、CC、DD、EE、FF、GG、HH、II、JJ、KK、LL、MM、NN、OO、PP、QQ、RR、SS、TT、UU、VV、WW、XX、YY、ZZの体積を比較して、最も大きいものを答えなさい。

2024.4 

◆最後に提出物を説明します。

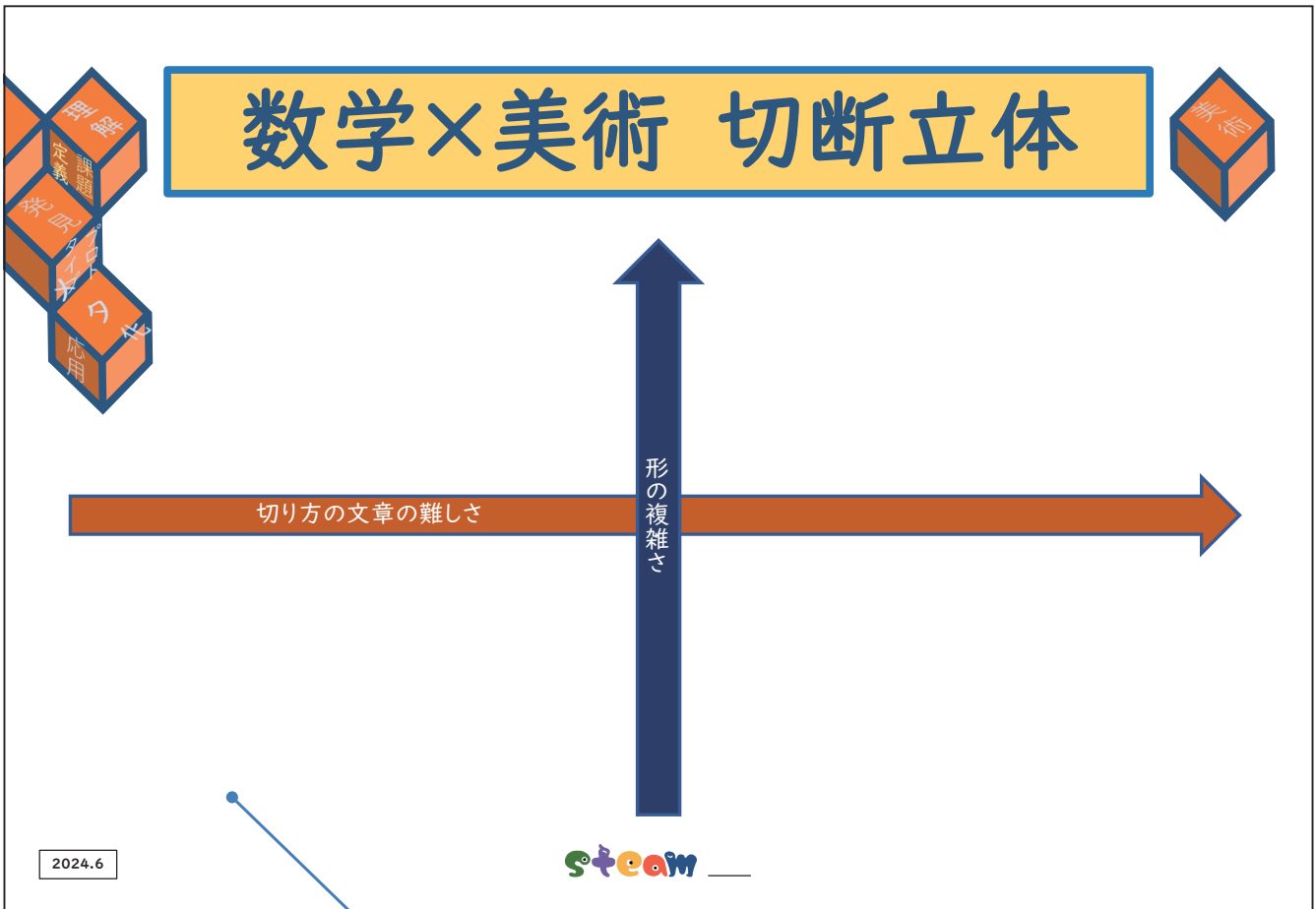
1つ目は、ブレインストーミングをした結果として「ワークシートのグラフに作った立体を置いたときの写真」を提出してください。そのとき、メンバーの名前とそれぞれが作った立体の個数を記録してください。

2つ目は、作った立体のうちで、いちばん面白いと思った立体の写真を提出してください。

3つ目は、いちばん面白いと思った立体の切り方の条件を提出してください。例えば、右の【問題の例】で文字が赤くなっている部分のことです。

※写真以外の方法で提出させてもよい。





2人1組のグループに分かれて、切断立体を検討させる。  
 その際、頭の中だけで考えるのではなく、粘土で立体を作り、その立体を切り分けていくようにする。  
 作成した切断立体を、「形の複雑さ」と「切り方の文章の難しさ」で分類させる。  
 右上の、「形が複雑で切り方の文章が難しい」ところに置けるような切断立体を考えるように促す。